

- 9 拓斗さんと若菜さんは、連続する3つの奇数の和がどんな数になるかを調べています。

$$\begin{array}{l} 1, \quad 3, \quad 5 \text{ のとき} \quad 1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3 \\ 5, \quad 7, \quad 9 \text{ のとき} \quad 5 + 7 + 9 = 21 = 3 \times 7 \\ 13, \quad 15, \quad 17 \text{ のとき} \quad 13 + 15 + 17 = 45 = 3 \times 15 \end{array}$$

拓斗さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想 1

連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍になる。

上の予想1がいつでも成り立つことは、次のように説明できます。

説明 1

n を整数とすると、連続する3つの奇数は、

$2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$ と表される。

それらの和は、

$$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5)$$

$$= 2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5$$

$$= 6n + 9$$

$$= 3(2n + 3)$$

$2n + 3$ は中央の奇数だから、 $3(2n + 3)$ は中央の奇数の3倍である。

したがって、連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 説明1では、 $6n + 9$ を $3(2n + 3)$ と変形しています。このように変形するのは、次のことを示すためです。□①に当てはまる式と、□②に当てはまる数を書きなさい。

連続する3つの奇数 $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$ の和が、中央の奇数を表す式である □① の □② 倍であること。

(2) 二人は、連続する4つの奇数や5つの奇数の和について考えることにしました。若菜さんは、連続する5つの奇数には中央の奇数があることから、中央の奇数に着目して連続する5つの奇数の和について調べました。

$$\begin{array}{l} 1, 3, 5, 7, 9 \text{ のとき} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5 \times 5 \\ 3, 5, 7, 9, 11 \text{ のとき} \quad 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35 = 5 \times 7 \end{array}$$

若菜さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想 2

連続する5つの奇数の和は、中央の奇数の5倍になる。

上の**予想 2**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明 2**を完成しなさい。

説明 2

n を整数とすると、連続する5つの奇数は、
 $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, $2n + 7$, $2n + 9$ と表される。
それらの和は、

$$\begin{array}{l} (2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) + (2n + 9) \\ = \end{array}$$

(3) 二人は、連続する4つの奇数の和がどんな数になるかを話し合っています。

若菜さん「連続する3つの奇数や5つの奇数には中央の奇数があるけれど、連続する4つの奇数には中央の奇数がないね。」

拓斗さん「でも、連続する4つの奇数の和は何らかの数の4倍になるのではないかな。」

そこで、拓斗さんは、 n を整数として、連続する4つの奇数を、 $2n+1$ 、 $2n+3$ 、 $2n+5$ 、 $2n+7$ と表し、それらの和を次のように計算しました。

拓斗さんの計算

$$\begin{aligned} & (2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7) \\ &= 2n+1+2n+3+2n+5+2n+7 \\ &= 8n+16 \\ &= 4(2n+4) \end{aligned}$$

上の拓斗さんの計算から、連続する4つの奇数の和は $2n+4$ の4倍になることがわかります。 $2n+4$ はどんな数ですか。正しいものを、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 連続する4つの奇数のうち小さい方から2番目の奇数
- イ 連続する4つの奇数のうち小さい方から3番目の奇数
- ウ 連続する4つの奇数のうち小さい方から1番目の奇数と2番目の奇数の間にある偶数
- エ 連続する4つの奇数のうち小さい方から2番目の奇数と3番目の奇数の間にある偶数
- オ 連続する4つの奇数のうち小さい方から3番目の奇数と4番目の奇数の間にある偶数