

6 自然数を5つずつに区切った表があります。この表で、縦に2つ、横に2つの数が入る四角で4つの数を囲みます。例えば、右の図1のように四角で4つの数を囲むとき、左上の数は3、右上の数は4、左下の数は8、右下の数は9になります。

図1

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

優太さんと真菜さんは、右の図2のように、4つの数を囲んで、それら4つの数の和がどんな数になるかを調べています。

図2

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

$$\begin{array}{ll}
 1, 2, 6, 7 \text{ のとき} & 1 + 2 + 6 + 7 = 16 = 4 \times 4 \\
 9, 10, 14, 15 \text{ のとき} & 9 + 10 + 14 + 15 = 48 = 4 \times 12 \\
 22, 23, 27, 28 \text{ のとき} & 22 + 23 + 27 + 28 = 100 = 4 \times 25
 \end{array}$$

優太さんは、これらの結果から、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になると予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 四角で囲んだ4つの数が12, 13, 17, 18のとき、4つの数の和は4の倍数になることが成り立つかどうかを下のように確かめます。下の に当てはまる式を書きなさい。

$$12, 13, 17, 18 \text{ のとき} \quad 12 + 13 + 17 + 18 = 60 = \text{ }$$

- (2) 二人は、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になることが成り立つかどうかについて話し合っています。

優太さん「左上の数が1のとき、左下の数が6になっているね。四角で4つの数を囲むとき、左上の数に5をたすと左下の数になっているよ。」

真菜さん「そうなるのは、自然数を5つずつで区切っているからだね。」

優太さん「左上の数を n とすると、左下の数は $n + 5$ と表すことができるね。」

真菜さん「右上の数と右下の数も n を使って表して、4つの数の和について調べてみよう。」

「四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になる」という優太さんの予想が成り立つことの説明を完成しなさい。

説明

n を自然数として、四角で囲んだ4つの数のうち、左上の数を n とすると、右上の数は $n + 1$ 、左下の数は $n + 5$ 、右下の数は $n + 6$ と表される。これら4つの数の和は、

$$n + (n + 1) + (n + 5) + (n + 6)$$

=

(3) 二人は、自然数を6つずつに区切った表でも、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和が4の倍数になるかを考えることにしました。そこで、次の図3のような表をつくり、四角で囲んだ4つの数の和について調べました。

図3

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

$$\begin{array}{l}
 1, \quad 2, \quad 7, \quad 8 \text{ のとき} \quad 1 + 2 + 7 + 8 = 18 = 2 \times 9 \\
 17, \quad 18, \quad 23, \quad 24 \text{ のとき} \quad 17 + 18 + 23 + 24 = 82 = 2 \times 41
 \end{array}$$

これらの結果から、図3のときは四角で囲んだ4つの数の和が、4の倍数にならないことがわかります。そこで、真菜さんは、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和がどんな数になるかを調べるために、左上の数を n として、右上の数を $n + 1$ 、左下の数を $n + 6$ 、右下の数を $n + 7$ と表し、次のように計算しました。

真菜さんの計算

$$\begin{aligned}
 & n + (n + 1) + (n + 6) + (n + 7) \\
 &= n + n + 1 + n + 6 + n + 7 \\
 &= 4n + 14 \\
 &= 2(2n + 7)
 \end{aligned}$$

n	$n + 1$
$n + 6$	$n + 7$

前ページの真菜さんの計算から，四角で囲んだ4つの数の和は， $2(2n+7)$ になるので2の倍数になることがわかります。このことについて，二人は話し合っています。

真菜さん「自然数を6つずつに区切って表をつくったときは，
4つの数の和が $2n+7$ の2倍になることがわかる
ね。」

優太さん「 $2n+7$ はどんな数なのかな。」

$2(2n+7)$ の $2n+7$ は， $n+(n+7)$ と変形することができます。このことから，四角で4つの数を囲むとき，4つの数の和は，左上，右上，左下，右下の数のうち，ある2つの数の和の2倍であることがわかります。

四角で囲んだ4つの数の和は，どの位置にある2つの数の和の2倍ですか。「 は，……である。」という形で書きなさい。