

2022年度 WWL全国高校生フォーラム に参加しました！

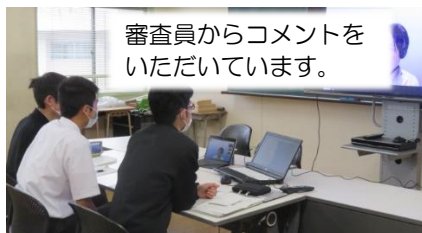
12月18日(日)に開催された2022年度WWL全国高校生フォーラムに、大村高校会議室からのオンライン接続で、数理探究科2年 西川真叶さん、中島誠拓さん、中村友哉さんの3名が参加しました。発表題目は「ポリアの壺」で、これまで知られている解法とは別の解法を検討した、数学分野の研究成果を発表しました。

海外の高校生も参加しているため、フォーラム内での使用言語は原則、英語です。そのため、11月に作成した英語ポスターを基に、事前に英語での発表動画を撮影して提出し、当日も改めて英語での口頭発表を行いました。

事前準備においては、英語科の先生・ALTの先生にご指導をいただきながら、何度も発表原稿を検討・修正して練習を重ね、時間内に収め、かつ、分かり易い発表を心掛けることができました。英語の実力が飛躍的に向上し、全国の高校生からも刺激を得ることができ、有意義な機会になりました。

※ WWL 全国高校生フォーラム2022 のWebサイトに、事前提出動画がアップロードされています。
学校番号順 W202010-2 です。

https://b-wwl.jp/forum/2022forum/presentation_materials_group/



審査員からコメントを
いただいています。



当日は英語科・ALTの先生にも
見守っていただきました。



Polya's Pot Nagasaki Prefectural Otsu High School W202010

1. Research Motivation
When we learned about the Polya's pot, we wanted to research new solutions.

2. Purpose
Our purpose is to solve Polya's Pot in a different way.

3. Problem
There are "a" red balls and "b" white balls in a pot.
Trial
① You pull one ball from the pot at random.
② You put it back and add one ball whose color matches the color of the ball you pulled (Trial 2).
Solution of Generation
- Mathematical Induction
- Recurrence Formula
We use a method that uses combination.
P_n: Probability that you will pull a red ball on the nth iteration.
- For Example: the pot has a red ball and a white ball.
n=1
Pull a red ball: $P_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$
Pull a white ball: $P_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$
n=2
Pull a red ball: $P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
Pull a white ball: $P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 $P_2 = \frac{1}{3}$
Probability that you will pull a red ball by the nth iteration:
 $\frac{a}{a+b}$ (Doesn't depend on "n")

4. Principle
① We suppose that you pull k red balls by the nth iteration.
② We consider the probability of pulling a red ball on the (n+1)th iteration.
③ We calculate the sum of further probability from ①, ②. **Mutually Exclusive**
④ We calculate P_{n+1} .

5. Method
We distinguish all balls from each other.
- How to determine how many balls there are to take from:
 $(a+b)(a+b+1)(a+b+2)\dots(a+b+n-1) = \frac{(a+b+n)!}{(a+b)!}$
- The order of pulling red and white balls:
 $a^k b^{n-k} \binom{n}{k}$
- How to determine how many red balls there are to pull from:
 $a(a+1)(a+2)\dots(a+k-1) = \frac{(a+k-1)!}{(a-1)!}$
- How to determine how many white balls there are to pull from:
 $b(b+1)(b+2)\dots(b+n-k-1) = \frac{(b+n-k-1)!}{(b-k-1)!}$
- Example: the case of n=7 and k=4
 $a^4 b^3$ ways

6. Result
The probability is as follows by using the above way of thinking
 $P_n = \sum_{k=0}^n \frac{a^k b^{n-k} \binom{n}{k}}{(a+b)(a+b+1)\dots(a+b+n-1)}$
 $P_{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{a^k b^{n+1-k} \binom{n+1}{k}}{(a+b)(a+b+1)\dots(a+b+n)}$
 $P_{n+1} = \frac{a}{a+b} P_n + \frac{b}{a+b+n} P_n = \frac{a}{a+b+n} P_n$
The above combination is equal to the combination of pulling a+b from different a+b balls.
 $\sum_{k=0}^n \frac{a^k b^{n-k} \binom{n}{k}}{(a+b)(a+b+1)\dots(a+b+n-1)} = \frac{a}{a+b+n} \sum_{k=0}^n \frac{a^k b^{n-k} \binom{n}{k}}{(a+b)(a+b+1)\dots(a+b+n-1)} = \frac{a}{a+b+n} P_n$

7. Reference
A beautiful story of high school math
Probability and Proof of Polya's Pot
URL: <https://manabitimes.jp/math/951>